

# Fonctions cosinus et sinus

## I Rappels

Soit  $x$  un réel donné en radians et  $M$  le point du cercle trigonométrique de repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$  tel que  $(\vec{i}, \overrightarrow{OM}) = x \pmod{2\pi}$ .

Le cosinus de  $x$ , noté  $\cos x$ , est l'abscisse du point  $M$  dans le repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .

Le sinus de  $x$ , noté  $\sin x$ , est l'ordonnée du point  $M$  dans le repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .

## II Propriétés

Pour tout réel  $x$ , on a  $\cos(-x) = \cos x$ . La fonction cosinus est une fonction paire. Sa courbe représentative placée dans un repère orthonormal est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Pour tout réel  $x$ , on a  $\sin(-x) = -\sin x$ . La fonction sinus est une fonction impaire. Sa courbe représentative placée dans un repère orthonormal est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

## III Périodicité

Pour tout réel  $x$ , on a  $\cos(x + 2\pi) = \cos x$  et  $\sin(x + 2\pi) = \sin x$  donc les fonctions cosinus et sinus sont périodiques de période  $2\pi$ .

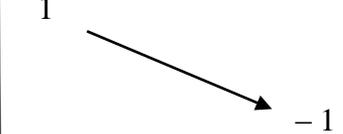
## IV Variations

Comme les fonctions cosinus et sinus sont périodiques de période  $2\pi$ , on peut les étudier sur un intervalle d'amplitude  $2\pi$  par exemple  $[-\pi ; \pi]$ .

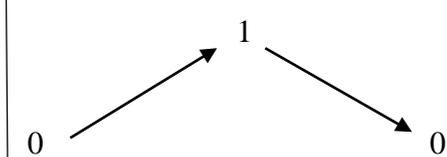
Comme les courbes représentatives des fonctions cosinus et sinus sont symétriques, on peut couper cet intervalle en deux et étudier les deux fonctions sur l'intervalle  $[0 ; \pi]$ .

On admet :

$x$	0	$\pi$
$x \mapsto \cos x$	1	-1



$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
$x \mapsto \sin x$	0	1	0



## V Dérivées

Les fonctions cosinus et sinus sont dérivables sur  $\mathbb{R}$  et  $(\cos x)' = -\sin x$  ;  $(\sin x)' = \cos x$ .

Pour les dérivées des fonctions de type  $x \mapsto \cos(ax+b)$  et  $x \mapsto \sin(ax+b)$  on obtiendra  $x \mapsto -a \sin(ax+b)$  et  $x \mapsto a \cos(ax+b)$ .