Fonctions cosinus et sinus

I **Rappels**

Soit x un réel donné en radians et M le point du cercle trigonométrique de repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) tel que $(\vec{i}, \overrightarrow{OM}) = x\ (2\pi)$.

Le cosinus de x, noté cos x, est l'<u>abscisse</u> du point M dans le repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).

Le sinus de x, noté sin x, est l'<u>ordonnée</u> du point M dans le repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).

II **Propriétés**

Pour tout réel x, on a cos (– x) = cos x. La fonction cosinus est une fonction <u>paire</u>. Sa courbe représentative placée dans un repère orthonormal est symétrique par rapport à l'origine du repère
Pour tout réel x, on a sin (– x) = – sin x. La fonction sinus est une fonction <u>impaire</u>. Sa courbe représentative placée dans un repère orthonormal est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

III **Périodicité**

Pour tout réel x, on a cos ($x + 2\pi$) = cos x et sin ($x + 2\pi$) = sin x donc les fonctions cosinus et sinus sont <u>périodiques</u> de période 2π.

IV **Variations**

Comme les fonctions cosinus et sinus sont périodiques de période 2π, on peut les étudier sur un intervalle d'amplitude 2π par exemple $[-\pi\ ;\ \pi]$.
Comme les courbes représentatives des fonctions cosinus et sinus sont symétriques, on peut couper cet intervalle en deux et étudier les deux fonctions sur l'intervalle $[0\ ;\ \pi]$.

On admet :

x	0		π
	1		
$x \mapsto \cos x$		$\searrow$	
			-1

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
			1		
$x \mapsto \sin x$		$\nearrow$		$\searrow$	
	0				0

V **Dérivées**

Les fonctions cosinus et sinus sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et (cos x)' = – sin x ; (sin x)' = cos x.

Pour les dérivées des fonctions de type $x \mapsto \cos(ax+b)$ et $x \mapsto \sin(ax+b)$ on obtiendra $x \mapsto -a\sin(ax+b)$ et $x \mapsto a\cos(ax+b)$.