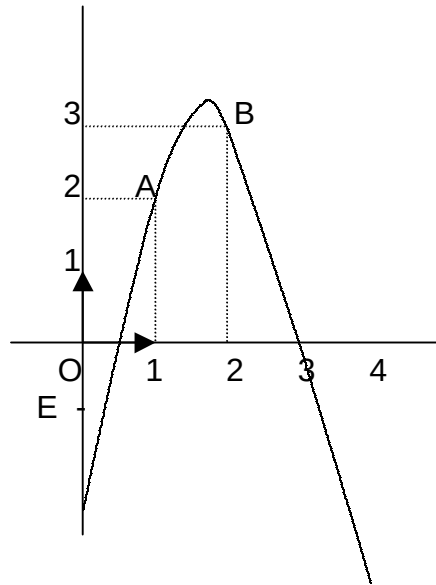


Terminale ES : sujet 6

Thèmes : Résolutions graphiques, probabilités, exponentielle

I Exercice (sur 5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On désigne par a, b, c trois nombres réels et on considère la fonction f définie sur $[0 ; 4]$ par : $f(x) = ax^2 + bx + c$. Sa représentation graphique (C) est donnée ci-dessous :



Les points A et B sont deux points de la courbe, la tangente à la courbe au point A passe par le point E $(0 ; -1)$.

- 1) A l'aide du graphique :
 - a) Donner l'image de 1 par f puis l'image par f de 2
 - b) Donner la valeur de $f'(1)$
 - c) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $f(x) > 0$
- 2) Déterminer les réels a, b et c à l'aide des résultats précédents
- 3) Soit g définie sur $]\frac{1}{2} ; 3[$ par $g(x) = \ln(-2x^2 + 7x - 3)$
 - a) Résoudre l'équation $g(x) - 2\ln 3 = \ln \frac{2}{9}$
 - b) Résoudre l'équation $g(x) = \ln(3 - x)$

II Exercice (sur 5 points) Spécialité

Les questions 1) et 2) peuvent être traitées indépendamment.
Tous les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

A la gare **A**, 16 voyageurs ont pris chacun un billet dont :

- 7 pour la gare **B** (prix du billet 50 francs)
- 5 pour la gare **C** (prix du billet 60 francs)
- 4 pour la gare **D** (prix du billet 75 francs)

1) On choisit au hasard un de ces voyageurs.

Soit X la variable aléatoire associant à chaque voyageur le prix de son billet en francs.

- a) Déterminer la loi de probabilité de X .
 - b) Calculer l'espérance mathématique de X .
- 2) On choisit au hasard trois de ces voyageurs.
- a) Calculer la probabilité pour que ces trois voyageurs aient trois destinations différentes.
 - b) Calculer la probabilité pour qu'au moins un des voyageurs ait un billet pour la gare **B**.
 - c) Quelle est la probabilité pour que cette destination soit **B** sachant que les trois voyageurs ont la même destination.

II Exercice (sur 5 points) **Obligatoire**

Une grave maladie affecte le cheptel bovin d'un certain pays. On estime 7% des bovins atteints.

On vient de mettre au point un test pour diagnostiquer la maladie, on a établi que :

- Quand un animal est malade, le test est positif dans 87% des cas.
- Quand un animal n'est pas malade, le test est négatif dans 98% des cas.

On note F l'événement "être malade" et T l'événement "avoir un test positif".

1) Calculer la probabilité des trois événements suivants :

- a) A : "être malade et avoir un test positif"
- b) B : "ne pas être malade et avoir un test négatif"
- c) C : "être malade et avoir un test négatif"

2) En déduire $p(T)$.

3) Quelle est la probabilité pour qu'un animal ayant un test positif soit malade ?

III Problème (sur 10 points)

On se propose d'étudier la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + e^{-\frac{1}{2}x+3}$$

On appelle (C) la courbe représentative de f dans le plan P rapporté à un repère orthonormal (unité 1 cm).

Partie A : Étude de f

- 1) Résoudre, définie sur $[0; +\infty[$ l'inéquation $e^{-\frac{1}{2}x+3} \leq 1$
- 2) Déterminer $f'(x)$ pour tout x de $[0; +\infty[$
Etudier le signe de $f'(x)$ et donner le sens de variation de f.
- 3) Déterminer la limite de f en $+\infty[$.
Dresser le tableau de variation de f.
- 4) On considère la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{2}x$. Montrer que (D) est asymptote oblique à (C) et étudier la position de (C) par rapport à (D).
- 5) Construire (C) et (D) sur l'intervalle $[0; 20]$.
- 6) Calculer l'aire en cm^2 du domaine du plan limité par (C), (D) et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 10$ (on donnera la valeur exacte et la valeur approchée à 1 mm^2 près).

Partie B : Application économique

Un atelier fabrique x unités d'un produit. Ce nombre x est limité à 10.

$f(x)$ représente, en francs, le coût moyen de fabrication d'une unité lorsqu'on en fabrique x .

- 1) Quel est le nombre d'unités à produire pour avoir un coût moyen de fabrication minimal.
- 2) Chaque unité est vendue 5 F.
On désire déterminer le nombre d'unités pour lequel l'atelier réalise un bénéfice. Indiquer une méthode de résolution graphique puis l'appliquer pour résoudre la question.

Pour les élèves qui n'ont pas pris Math en spécialité : I + II + III

Pour les élèves qui ont pris Math en spécialité : I + II (spécialité) + III