

I Exercice (sur 5 points)

Calculer les intégrales suivantes :

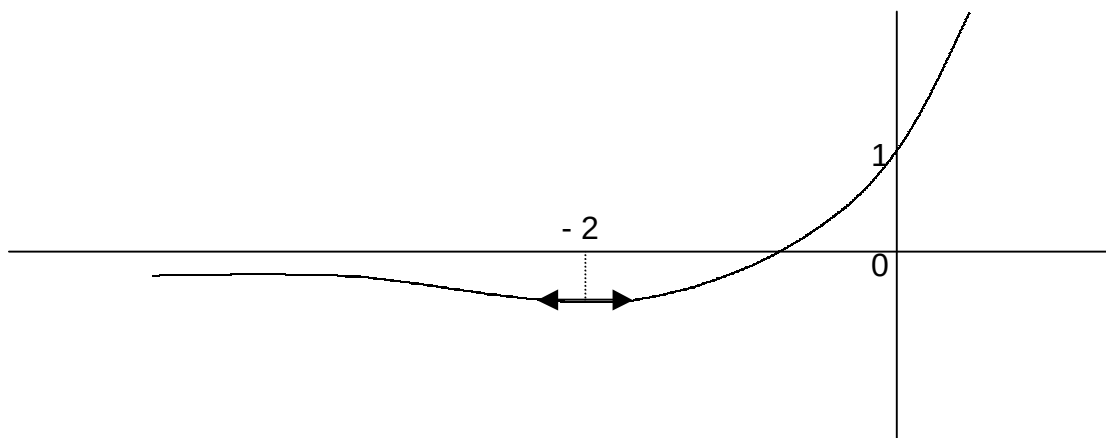
$$1) \quad I = \int_5^7 \frac{5x}{4-x^2} dx \quad 2) \quad I = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx \quad 3) \quad I = \int_0^1 3e^{-x} dx \quad 4) \quad I = \int_0^2 [|2x-1| - 2|1-x|] dx$$

II Exercice (sur 5 points) **Spécialité**

- 1) Dans une classe de 30 élèves dont 14 filles, tous les matins les garçons se serrent la main, les filles se font la bise et les garçons font la bise aux filles.
 - a) Combien de poignées de mains sont échangées tous les matins ?
 - b) Combien de bises sont faites tous les matins ?
- 2) On considère un jeu de 32 cartes (du 7 à l'as avec 4 couleurs : trèfle, carreau cœur et pique). On tire 5 cartes simultanément, combien existe-t-il de tirages comportant exactement :
 - a) Une dame et deux valets ?
 - b) Un roi et deux trèfles ?
- 3) Robert, tous les soirs range ses 7 paires de chaussettes dans une commode qui comporte 3 tiroirs.
Combien peut-il faire de rangements différents en sachant qu'il ne peut pas mettre les 7 paires dans le même tiroir ?

II Exercice (sur 5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(0; \vec{i}; \vec{j})$. La courbe C ci-après représente la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax + b)e^x$, où a et b sont deux nombres que l'on se propose de déterminer en utilisant les informations lues sur la figure.



- 1) a) Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.
b) Déterminer graphiquement $f'(2)$ et en déduire une relation entre a et b.
- 2) En utilisant une valeur lue sur le graphique, trouver une autre relation entre a et b.
En déduire a et b et donner l'expression de $f(x)$.

- 3) a) Préciser le minimum de la fonction f (donner la valeur exacte).
 b) Résoudre graphiquement, suivant les valeurs du réel m , le nombre de solutions de l'équation $m = (x+1)e^x$

III Problème (sur 10 points)

On se propose d'étudier la fonction f définie sur $[1; +\infty[$ par :

$$f(x) = (\ln x)e^{(3-x)}$$

On appelle (C) la courbe représentative de f dans le plan P rapporté à un repère orthonormal (unité 2 cm).

- 1) Déterminer la dérivée f' de f .
 Montrer que $f'(x)$ a le même signe que $1 - x \ln x$

Soit g la fonction définie sur $[1; +\infty[$ par :

$$g(x) = 1 - x \ln x$$

- a) Calculer $g(1)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
 b) Etudier le sens de variation de g .
 c) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique a sur $[1; +\infty[$ et donner le signe de $g(x)$ sur $[1; +\infty[$.
 Donner un encadrement de a à 0,01 près.

- 2) a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Pour cela, on pourra vérifier que $f(x)$ peut se mettre

$$\text{sous la forme } f(x) = \frac{\ln x}{x} \frac{x}{e^x} e^3$$

- . b) Dédire du 1) le sens de variation de f sur $[1; +\infty[$ et donner le tableau de variation de f .

- 3) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.

- 3) Construire la courbe (C)

Pour les élèves qui n'ont pas pris Math en spécialité : I + II + III

Pour les élèves qui ont pris Math en spécialité : I + II (spécialité) + III