

Devoir de Mathématiques : Terminale ES

Calculatrices autorisées

I Exercice

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^4$ le système :

$$\begin{cases} a-b+c-d=-14 \\ a+b+c+d=-6 \\ 3a+2b+c=0 \\ 3a-2b+c=-12 \end{cases}$$

2) Soit la fonction f définie par : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ et C_f la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère $(0 ; \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminer a , b , c et d sachant que :

- La courbe passe par les points $A(-1 ; 14)$ et $B(1 ; -6)$
- La courbe admet en B une tangente parallèle à l'axe $(0 ; \vec{i})$.
- La courbe admet en A une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -12x$.

II Problème

Soit f la fonction numérique définie pour tout $x \neq -1$ et $x \neq 3$ par :

$$f(x) = \frac{4x^2 - 8x}{x^2 - 2x - 3}$$

On appelle (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal (unité 1 cm).

1) Déterminer les réels a , b et c tels que, pour tout $x \neq -1$ et $x \neq 3$, on ait :

$$f(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-3}$$

2) Déterminer les limites de f .

3) Etudier les variations de f et donner le tableau de variation de f .

4) Calculer pour tout a (différent de 2 et -2) $f(1+a)$ et $f(1-a)$. Que peut-on en conclure ?

5) a) Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 5.

b) Vérifier que pour tout $x \neq -1$ et $x \neq 3$, on a :

$$f(x) - \frac{25-2x}{3} = \frac{(x-5)^2(2x+3)}{3(x^2-2x-3)}$$

c) Déduisez-en les coordonnées des points d'intersection de (T) et (C) et la position de (C) par rapport à (T) .

6) Construire (T) et (C) .