

Devoir de Mathématiques : Terminale ES

I Exercice (sur 5 points) (spécialité et obligatoire)

Soient les fonctions f définies ci-dessous sur un intervalle I , déterminer l'ensemble des primitives de chaque fonction.

- 1) $f(x) = \frac{-5x}{(2x^2+3)^3}$ $I = [0; +\infty[$ 2) $f(x) = (x+2)(x^2+4x-3)^4$ $I = [0; +\infty[$
3) $f(x) = \sqrt{2x+3}$ $I = [0; +\infty[$ 4) $f(x) = x^2\sqrt{1-2x}$ $I =]-\infty; 0]$

II Exercice (sur 5 points) (obligatoire)

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^4$ le système :

$$\begin{cases} a - b + c - d = -14 \\ a + b + c + d = -6 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 3a - 2b + c = -12 \end{cases}$$

- 2) Soit la fonction f définie par : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ et C_f la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminer a , b , c et d sachant que :

- La courbe passe par les points $A(-1; 14)$ et $B(1; -6)$
- La courbe admet en B une tangente parallèle à l'axe $(O; \vec{i})$.
- La courbe admet en A une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -12x$.

II Exercice de (sur 5 points) (spécialité) (partie A et B)

Partie A

On donne dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ le plan (P) d'équation $2x + y - 3z + 4 = 0$ et le plan (Q) d'équation $x + 2y - 5z + 4 = 0$.

- 1) Les plans P et Q sont-ils sécants ?
- 2) Dans l'affirmative, déterminer les équations paramétriques de la droite d'intersection des 2 plans et donner deux points de cette droite.

Partie B

On donne dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les points $A(2; 1; 1)$, $B(-9; 2; -1)$ et $C(12; -1; 2)$.

Déterminer une équation du plan passant par A, B et C.

III Problème (sur 10 points)

Soit f la fonction numérique définie sur pour tout $x \neq -1$ et $x \neq 3$ par :

$$f(x) = \frac{4x^2 - 8x}{x^2 - 2x - 3}$$

On appelle (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal (unité 1 cm).

- 1) Déterminer les réels a , b et c tels que, pour tout $x \neq -1$ et $x \neq 3$, on ait :

$$f(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-3}$$

- 2) Etudier les limites de f .
3) Etudier les variations de f et donner le tableau de variation de f .
4) Calculer pour tout a (différent de 2 et -2) $f(1+a)$ et $f(1-a)$.
Que peut-on en conclure ?
5) a) Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 5.
b) Vérifier que pour tout $x \neq -1$ et $x \neq 3$, on a :

$$f(x) - \frac{25-2x}{3} = \frac{(x-5)^2(2x+3)}{3(x^2-2x-3)}$$

- c) Déduisez-en les coordonnées des points d'intersection de (T) et (C).
6) Construire (T) et (C) .

Pour les élèves qui n'ont pas pris Math en spécialité : I + II + III

Pour les élèves qui ont pris Math en spécialité : I + II (spécialité) + III