

I Exercice (sur 5 points) (spécialité et obligatoire)

Le but de l'exercice est de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^3 - 3x^2 - 9x - 7 = 0$.

Pour cela, on pose $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 7$ et on se propose d'étudier la fonction f pour résoudre l'équation $f(x)=0$.

- 1) a) Etudier les limites de f aux bornes de $D_f =]-\infty; +\infty[$.
b) Déterminer $f'(x)$.
c) Donner le tableau de variation de f .
- 2) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique α
- 3) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} .

II Exercice (sur 5 points) (obligatoire)

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^4$ le système :

$$\begin{cases} a - b + c - d = -14 \\ a + b + c + d = -6 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 3a - 2b + c = -12 \end{cases}$$

- 2) Soit la fonction f définie par : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ et C_f la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminer a , b , c et d sachant que :

- La courbe passe par les points $A(-1;14)$ et $B(1;-6)$
- La courbe admet en B une tangente parallèle à l'axe $(0; \vec{i})$.
- La courbe admet en A une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -12x$.

II Exercice de (sur 5 points) (spécialité)

Anastase, jardinier amateur, avait une magnifique pelouse de gazon autour de sa maison. Il habite à la campagne et tous les ans 20 % du gazon est détruit pendant l'été et remplacé par du chiendent.

Chaque année, à l'automne, il arrache 50 m² de chiendent et le remplace par du gazon.

Dans tout l'exercice, les surfaces seront exprimées en mètres carrés.

- 1) La surface initiale de la pelouse est exprimée par U_0 et la surface du gazon sans chiendent restant au bout de n années est exprimée par U_n .

Montrer que pour tout entier n on a : $U_{n+1} = 0,8 U_n + 50$.

- 2) Sachant que $U_2 = 1370$, déterminer la surface initiale de la pelouse.

- 3) On considère la suite (V_n) définie pour tout entier n par $V_n = U_n - 250$.

Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme V_0 et la raison.

- 4) Exprimer le terme général V_n en fonction de n , puis U_n en fonction de n .

- 5) Déterminer le nombre d'années pendant lesquelles Anastase garde plus du quart de sa pelouse sans chiendent.

III Problème (sur 10 points)

Soit f la fonction numérique définie sur $D_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{-2x^3 + 10x^2 - 16x + 9}{(2-x)^2}$$

On appelle (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal (unité 2 cm).

- 1) Déterminer les réels a , b et c tels que, pour tout $x \neq 2$, on ait :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{(2-x)^2}$$

- 2) Etudier les limites de f aux bornes de D_f .

- 3) Déterminer la dérivée de f et montrer que : $f'(x) = \frac{2(x-1)(x^2-5x+7)}{(2-x)^3}$

Etudier le signe de $f'(x)$ et donner le sens de variation de f .

- 4) Montrer que la droite d'équation $y = -2x + 2$ est asymptote à (C).
5) Etudier la position relative de (C) et de (D).
6) Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 3.
7) Construire (D), (T) et (C).

Pour les élèves qui n'ont pas pris Math en spécialité : I + II + III

Pour les élèves qui ont pris Math en spécialité : I + II (spécialité) + III